**KHOÁ HỌC: THUẬT TOÁN NÂNG CAO – SAMSUNG PTIT – HÈ 2025**

**Buổi 3A: LUYỆN TẬP QUY HOẠCH ĐỘNG**

**ĐỀ BÀI**

**BÀI 1. DSA05004. DÃY CON TĂNG DÀI NHẤT**

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử A[1], A[2], ... A[N].

Biết rằng dãy con tăng là 1 dãy A[i1],... A[ik]

thỏa mãn i1 < i2 < ... < ik và A[i1] < A[i2] < .. < A[ik].

Hãy cho biết dãy con tăng dài nhất của dãy này có bao nhiêu phần tử?

**Input:**

* Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N (1 ≤ N ≤ 1000).
* Dòng thứ 2 ghi N số nguyên A[1], A[2], .. A[N] (1 ≤ A[i] ≤ 1000).

**Output:** Ghi ra độ dài của dãy con tăng dài nhất.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 6  1 2 5 4 6 2 | 4 |

**BÀI 2. DSA05019. HÌNH VUÔNG LỚN NHẤT**

Cho một bảng số N hàng, M cột chỉ gồm 0 và 1. Bạn hãy tìm hình vuông có kích thước lớn nhất, sao cho các số trong hình vuông toàn là số 1.

**Input:**

* Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T ≤ 10).
* Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N, M (1 ≤ N, M ≤ 500).
* N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số mô tả một hàng của bảng.

**Output:**

* Với mỗi test, in ra đáp án là kích thước của hình vuông lớn nhất tìm được trên một dòng.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 2  6 5  0 1 1 0 1  1 1 0 1 0  0 **1 1 1** 0  1 **1 1 1** 0  1 **1 1 1** 1  0 0 0 0 0  2 2  0 0  0 0 | 3  0 |

**BÀI 3. OLP004. CẮT GIẤY**

Alice có một mảnh giấy hình chữ nhật có cạnh dọc và ngang tương ứng là a và b đơn vị. Mảnh giấy được chia thành a x b ô vuông đơn vị, chiều dọc chia thành a hàng, các hàng được được đánh số từ 1 đến a từ trên xuống dưới, chiều ngang được chia thành b cột từ 1 đến b từ trái sang phải. Ô nằm giao giữa hàng i (1 ≤ i ≤ a) và cột j (1 ≤ j ≤ b)  được gọi là ô (i, j).  Có c ô vuông của mảnh giấy đã được tô màu. Với cặp số (d, e) , Alice muốn chọn một hình vuông trên mảnh giấy ban đầu và cắt mảnh giấy hình vuông này từ mảnh giấy ban đầu thỏa mãn điều kiện sau:

* Mảnh giấy chứa nguyên các ô vuông của mảnh giấy ban đầu;
* Mảnh giấy có cạnh chia hết cho d ;
* Mảnh giấy có không quá e ô đã tô màu.

**Yêu cầu:** Cho thông tin về mảnh giấy ban đầu và cặp số (d, e) hãy tìm phương án cắt hình vuông thỏa mãn các điều kiện trên mà có cạnh lớn nhất.

**Input:**

* Dòng đầu chứa năm số nguyên a, b, c, d, e (e ≤ c ≤ a x b; 1 ≤ d ≤ min{a, b});
* Dòng thứ k  trong c (1 ≤ k ≤ c) dòng tiếp theo chứa hai số nguyên ik, jk mô tả ô đã tô màu.

**Output:** Ghi ra một số nguyên là độ dài cạnh hình vuông lớn nhất tìm được.

**Subtask:**

* **Subtask 1 (30%):** a, b ≤ 20
* **Subtask 2 (30%):** a, b ≤ 200
* **Subtask 3 (20%):** a, b ≤ 2000 và c ≤ 105
* **Subtask 4 (20%):** a, b ≤ 6000 và c ≤ 105

**Ví dụ:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Input** | **Output** | **Minh họa** |
| 6 6 5 2 2  1 1  1 6  3 3  6 1  6 6 | 4 | TMBCnY8afIAAAAAElFTkSuQmCC  Một phương án chọn cắt hình vuông |

**BÀI 4. OLP075. THI ĐẤU**

Team A có N thí sinh, mỗi thí sinh có sức mạnh bằng a[i], team B có M thí sinh, mỗi thí sinh có sức mạnh bằng b[i].

Luật thi đấu đối kháng như sau: Mỗi team chọn ra K thí sinh, thí sinh mạnh nhất được chọn của nhóm A sẽ thi đấu với thí sinh mạnh nhất của nhóm B, thí sinh mạnh thứ 2 của nhóm A sẽ thi đấu với thí sinh mạnh thứ 2 trong nhóm B... Trong một cuộc đấu đối kháng, thí sinh nào có sức mạnh lớn hơn sẽ chiến thắng.

Ban tổ chức là người nhà của team A, vì vậy đã cố ý lựa chọn K thí sinh nhóm A và K thí sinh nhóm B sao cho trong K cuộc đấu, thành viên đến từ team A luôn chiến thắng.

Nhiệm vụ của bạn là hãy tính xem BTC có bao nhiêu cách chọn các thí sinh để đạt được mục tiêu của mình?

**Input:**

* Dòng đầu tiên chứa 3 số nguyên N, M, K (1 ≤ K ≤ 10).
* Dòng tiếp theo gồm N số nguyên a[i].
* Dòng cuối gồm M số nguyên b[i] (1 ≤ a[i], b[i] ≤ 109).

**Subtask**

* **Subtask 1 (50%):** 1 ≤ N, M ≤ 200
* **Subtask 2 (50%):** 1 ≤ N, M ≤ 1000.

**Output:**In ra đáp án tìm được theo modulo 109 + 9.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 5 10 3  1 2 2 6 7  1 3 6 8 8 9 14 17 18 19 | 2 |

**Giải thích test:** (2, 6, 7) vs (1, 3, 6). Hai tổ hợp (2, 6, 7) tương ứng với 2 cách.

**BÀI 5. OLP048. SỐ LƯỢNG DÃY NGOẶC ĐÚNG**

Biểu thức ngoặc là xâu chỉ gồm các ký tự ‘(’ hoặc ‘)’. Biểu thức ngoặc đúng và bậc của biểu thức ngoặc được định nghĩa một cách đệ quy như sau:

* Biểu thức rỗng là biểu thức ngoặc đúng và có bậc bằng 0,
* Nếu A là biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng k thì (A) cũng là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng k+1,
* Nếu A và B là hai biểu thức ngoặc đúng và có bậc tương ứng là k1 và k2 thì AB cũng là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng max(k1, k2).

Ví dụ, ‘()(())’ là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng 2 còn ‘(()(()))’ là một biểu thức ngoặc đúng và có bậc bằng 3.

Cho số nguyên K và xâu S là một xâu chỉ gồm các ký tự ‘(‘, ‘)’ và ‘?’, hãy đếm số cách cách thay các ký tự ‘?’ trong xâu S thành ký tự ‘(‘ hoặc ‘)’ để nhận được xâu T là biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng K.

**Input**

* Dòng đầu chứa số nguyên dương K.
* Dòng thứ hai chứa xâu S chỉ gồm các ký tự ‘(‘, ‘)’ và ‘?’.

**Giới hạn:**

* **Subtask 1 (50%)**: Độ dài xâu S không vượt quá 20.
* **Subtask 2 (50%)**: Độ dài xâu S không vượt quá 200.

**Output**.

In ra đáp án trên một dòng.

**Ví dụ:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Input** | **Output** |
| 2  ????(? | 1 |
| 1  ((???( | 0 |
| 2  ((???()???(? | 4 |

**HƯỚNG DẪN GIẢI**













